

Доказываются общие утверждения о свойствах реберных k -расширений, которые могут быть использованы для доказательства минимальности вершинного k -расширения (леммы 3.1.1 – 3.1.2). Теорема 3.1.3 устанавливает связь между точными реберным 1-расширениями и реберно-симметрическими графами.

Во втором параграфе третьей главы доказывается, что задача проверки, является ли заданный граф H реберным k -расширением графа G , принадлежит к классу NP-полных задач (теорема 3.2.1). Рассматриваются оптимизационные постановки задачи: минимальные реберные k -расширения содержат минимально возможное число вершин и минимально возможное число ребер, неприводимые реберные k -расширения не содержат избыточных ребер. Показывается, что граф может иметь неизоморфные расширения и описываются минимальные по числу вершин графы, имеющие неизоморфные минимальные реберные 1-расширения (теоремы 3.3.1 – 3.3.2).

В четвертом параграфе третьей главы рассматриваются минимальные реберные 1-расширения циклов. Предлагается схема построения минимальных реберных 1-расширений циклов (теорема 3.4.7) и доказывается, что графы, построенные по этой схеме неизоморфны графам, построенным по другим известным схемам Хейза-Харари и Махопадхья-Синха (теоремы 3.4.8 и 3.4.9). Следствием является наличие у любого цикла с числом вершин $n > 5$ по крайней мере двух неизоморфных минимальных реберных 1-расширений. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что с ростом числа вершин в цикле количество неизоморфных минимальных реберных 1-расширений сильно растёт.

В пятом параграфе третьей главы рассматриваются предполные графы. Дается оценка числа дополнительных ребер минимального реберного k -расширения произвольного предполного графа. Полностью решена задача описания минимальных реберных k -расширений для нескольких частных случаев предполных графов: соединение полного графа с цепью (теоремы 3.5.1 и 3.5.2), циклом (теоремы 3.5.3 и 3.5.4) и вполне несвязным графом (теорема 3.6.1).

В шестом параграфе третьей главы рассматриваются деревья. Для сверхстройных деревьев дается нижняя оценка числа дополнительных ребер минимального реберного 1-расширения (теоремы 2.6.2) и описываются семейства сверхстройных деревьев, на которых эта оценка достижима.

В седьмом параграфе третьей главы рассматриваются ориентированные графы. Решается задача построения минимальных реберных k -расширений для турниров (теорема 3.7.1) и ориентированных звезд (теоремы 3.7.2 – 3.7.5).

Приведенный обзор основных результатов диссертации позволяет сделать вывод о том, что их совокупность можно квалифицировать как серьезное научное достижение, вносящее весомый вклад в развитие графовых моделей отказоустойчивости.

В числе достоинств диссертации следует отметить достаточное количество примеров, удобную нумерацию утверждений, практическую реализацию и внедрение описанных алгоритмов, а также симметричность полученных результатов в главах 2 и 3 для вершинных и реберных расширений графов.

Основные положения диссертации достаточно полно изложены в 74 научных работах, включая одноименную монографию М.Б.Абросимова "Графовые модели отказоустойчивости" и 18 статей, опубликованных в изданиях из списка ВАК.