расширений, которые могут быть использованы для доказательства минимальности вершинного k-расширения (леммы 2.1.1 – 2.1.5).

Во втором параграфе главы доказывается, что задача проверки, является ли заданный граф H вершинным k-расширением графа G, принадлежит к классу NP-полных задач (теорема 2.2.1). Рассматриваются оптимизационные постановки задачи: минимальные вершинные k-расширения содержат минимально возможное число вершин и минимально возможное число ребер, неприводимые вершинные k-расширения не содержат избыточных ребер, Т-неприводимые k-расширения – неприводимые вершинные k-расширения, являющиеся частью тривиальных k-расширений. Показывается, что граф может иметь неизморфные расширения и описываются минимальные по числу вершин графы, имеющие неизоморфные минимальные вершинные 1-расширения (теоремы 2.3.1 – 2.3.6).

В четвертом параграфе второй главы рассматриваются минимальные вершинные 1-расширения циклов. Циклы имеют большое значение как с точки зрения чистой теории графов, так и в прикладных аспектах технической диагностики. Предлагается схема построения минимальных вершинных 1-расширений циклов (теорема 2.4.7) и доказывается, что графы, построенные по этой схеме неизоморфны графам, построенным по другим известным схемам Хейза-Харари и Махопадхья-Синха (теоремы 2.4.8 и 2.4.9). Следствием является наличие у любого цикла с числом вершин $n > 5$ по крайней мере двух неизоморфных минимальных вершинных 1-расширений. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что с ростом числа вершин в цикле количество неизморфных минимальных вершинных 1-расширений сильно растёт.

В пятом параграфе второй главы рассматриваются предполные графы. Полностью решена задача описания минимальных вершинных k-расширений предполных графов (теоремы 2.5.1 и 2.5.2). Полученные теоретические результаты позволили разработать полиномиальные алгоритмы построения всех неизоморфных минимальных вершинных k-расширений предполных графов (алгоритмы 2.5.1 и 2.5.2).

В шестом параграфе второй главы рассматриваются деревья. Для сверхстройных деревьев дается нижняя оценка числа дополнительных ребер минимального вершинного 1-расширения (теоремы 2.6.3) и описываются семейства сверхстройных деревьев, на которых эта оценка достижима. Строится контрпример для утверждения Харари-Хурума о полном решении задачи построения минимального вершинного 1-расширения для произвольного дерева и показывается, что предложенная Харари-Хурумом схема может использоваться только в качестве верхней оценки числа дополнительных ребер минимального вершинного 1-расширения произвольного сверхстройного дерева.

В седьмом параграфе второй главы рассматриваются ориентированные графы. Лемма 2.7.3 позволяет установить связь между вершинным k-расширением орграфа и вершинным k-расширением его симметризации. Решается задача построения минимальных вершинных k-расширений для транзитивных турниров (теорема 2.7.6) и ориентированных звезд (теоремы 2.7.8 – 2.7.11).

В третьей главе диссертации рассматриваются реберные расширения графов, причем основное внимание уделяется минимальным реберным расширениям. Структура главы повторяет главу, посвященную вершинным расширениям.